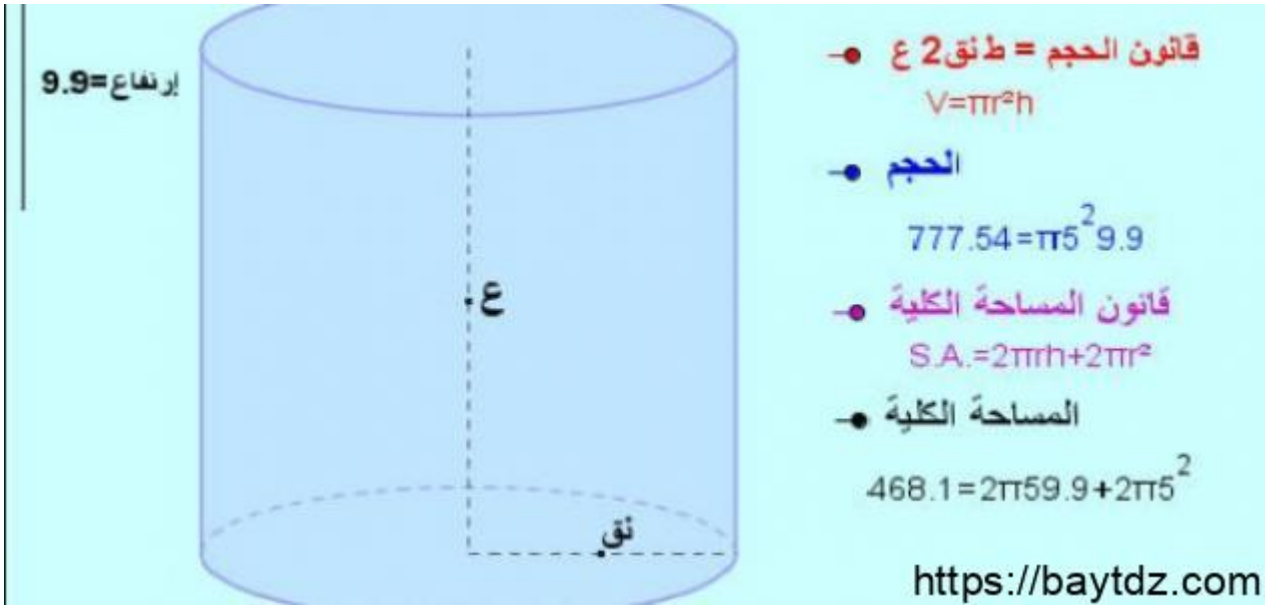
قانون مساحة وحجم الأسطوانة

قانون مساحة وحجم الأسطوانة



الفهرس

- 1 تعريف الأسطوانة
- 2 حساب مساحة الأسطوانة الجانبية والكلية
- 3 أمثلة على حساب المساحة الكلية والجانبية للأسطوانة
- 4 استخدامات الأسطوانة
- 5 حساب حجم الأسطوانة
- 6 أمثلة على حساب حجم الأسطوانة
- 7 المراجع

تعريف الأسطوانة

الأسطوانة هي مجسّم ذو ثلاثة أبعاد، يتكون من قاعدتين دائريتين متقابلتين ومتطابقتين، حيث تنتج الأسطوانة عن إلتفاف المستطيل حول أحد أضلاعه بدورةً كاملة.[1][2] وللأسطوانة مجموعة من الخصائص التي تميزها عن غيرها من الأشكال الهندسية، ومن هذه الخصائص
وجود قاعدة مسطّحة الشكل، وتُعدّ القاعدة هي نفسها القمّة؛ أي أنّ القاعدتين العُليا والسُّفلى متطابقتان،

كما تحتوي الأسطوانة على جانب واحد، لكنّه مُنحنٍ.[3]

حساب مساحة الأسطوانة الجانبية والكلية

تتكوّن الأسطوانة من مستطيل على شكل منحني، حيث يمثل هذا المستطيل جوانب الأسطوانة بالإضافة إلى قاعدتين كل منهما تشكل دائرة، وبذلك فإنّ مساحة الأسطوانة الكلية تساوي مجموع مساحتها الجانبية إلى مساحة القاعدتين.[1][3]

وتُمثّل المساحة الجانبية للأسطوانة حاصل ضرب محيط الدائرة في ارتفاع الأسطوانة، أيّ 2 ×π× نصف القطر× ارتفاع الأسطوانة، أما بالنسبة لحساب مساحة كل قاعدة من قاعدتي الأسطوانة لوحدها فذلك عن طريق قانون مساحة الدائرة وهي: مساحة الدائرة=π× (نصف القطر)².[1]

المساحة الكلية للأسطوانة=المساحة الجانبية+مجموع مساحة القاعدتين.

المساحة الجانبية=محيط الدائرة×ارتفاع الأسطوانة.

المساحة الجانبية = 2×نق×π×ع.

مساحة القاعدة الواحدة =π× (نق)².

المساحة الكلية للأسطوانة =(2 نقπ ع)+(2 نق² π).

وبإخراج العوامل المشتركة تُصبح:

المساحة الكلية للأسطوانة = 2× نق× π (ع+نق).

أمثلة على حساب المساحة الكلية والجانبية للأسطوانة

- **مثال1 :** جد المساحة الجانبية والكلية لأسطوانة دائرية قائمة، إذا علمت أن نصف قطر قاعدتها الدائرية يساوي 7 م، أما ارتفاعها فيساوي 10 م.[1]

الحل:

المساحة الكلية للأسطوانة = المساحة الجانبية +مجموع مساحة القاعدتين.

المساحة الجانبية = 2×نق×π×ع.

وبتعويض قيمة الارتفاع= 10 ، ونق=7، في القانون، تُصبح:

المساحة الجانبية = 2×7×10×π.

المساحة الجانبية للأسطوانة = 140 π م².

مساحة القاعدتين = 2×مساحة القاعدة الواحدة.

مساحة القاعدتين = 2× نق²×π.

مساحة القاعدتين = 2×7×7×π.

مساحة القاعدتين = 98 π م².

المساحة الكلية للأسطوانة = 140 π+ 98 π

إذن: المساحة الكلية للأسطوانة = 238 πم².

- **مثال2:** جد المساحة الجانبية والكلية لأسطوانة دائرية قائمة، إذا علمت أن نصف قطر قاعدتها الدائرية يساوي4 دسم، أما ارتفاعها فيساوي 12دسم.[1]

الحل:

المساحة الكلية للأسطوانة = المساحة الجانبية +مجموع مساحة القاعدتين.

المساحة الجانبية = 2×نق×π×ع.

وبتعويض قيمة الإرتفاع= 12 ، ونق=4، في القانون، تُصبح:

المساحة الجانبية = 2×4×12×π.

المساحة الجانبية للأسطوانة = 96 π دسم².

مساحة القاعدتين= 2×مساحة القاعدة الواحدة.

مساحة القاعدتين = 2× نق²×π.

مساحة القاعدتين = 2×4×4×π.

مساحة القاعدتين = 32 π دسم².

المساحة الكلية للأسطوانة = 96 π+ 32 π.

إذن: المساحة الكلية للأسطوانة = 128 π دسم².

استخدامات الأسطوانة

يوجد للأسطوانة العديد من الاستخدامات في الحياة العملية، ومن بعض تطبيقات الأسطوانة التي لا حصر لها ما يأتي:[4]

- مضخات المياه، حيث تتكون مضخة المياة من مجسم أسطواني يستخدم لضخ السائل إلى الخارج بقوة دفع كبيرة.
- المنسوجات، تتشكل آلة تمشيط الألياف والخيوط المكونة للمنسوجات والملابس من مجسم أسطوني.
- علم الآثار، تتكون معضم آثار الشعوب القديمة كالبابليون والآشوريون وغيرها من الشعوب، على مجسمات عدة ومنها المجسمات الأسطوانية كالبراميل والأعمدة المنقوشة والمنحوتة.
- المطابع، وتُستخدم المجسمات الأسطوانية في المطابع أيضاً،حيث أن الآلة المنحنية التي يدور حولها الورق ليتم طباعته هي على شكل أسطوانة.

حساب حجم الأسطوانة

يُمكن حساب حجم أي أسطوانة من خلال ضرب مساحة قاعدتها في الإرتفاع، وبما أنّ القاعدة على شكل دائرة، فإنّ مساحة قاعدة الأسطوانة هي نفسها مساحة الدائرة، والتي هي: مساحة الدائرة= π× (نصف القطر)^2، وعليه فإنّ حجم الأسطوانة يساوي:[1]

(حجم الأسطوانة = مساحة قاعدة الأسطوانة × ارتفاع الأسطوانة).[1][1]

مساحة قاعدة الأسطوانة = مساحة الدائرة.

مساحة قاعدة الأسطوانة = π× (نصف القطر)^2.

حجم الأسطوانة = π× نق^2×ع.

أمثلة على حساب حجم الأسطوانة

- **مثال1:** جد حجم أسطوانة، إذا علمت أنّ نصف قطر قاعدة الأسطوانة يساوي 14 سم، وارتفاعها يساوي 10 سم.[1]

الحل:

حجم الأسطوانة = مساحة قاعدة الأسطوانة × ارتفاع الأسطوانة.

حجم الأسطوانة = π× نق²×ع.

تُعوض قيمة الإرتفاع ونصف القطر في القانون.

حجم الأسطوانة= π 10× 14²

إذن: حجم الأسطوانة = π1960 سم³، الحجم بدلالة باي.

- **مثال2:** جد ارتفاع أسطوانة، إذا علمت أن سعتها 24640 سم³، وطول نصف قطر قاعدتها يساوي 7سم.[1]

الحل:

حجم الأسطوانة = مساحة قاعدة الأسطوانة × ارتفاع الأسطوانة.

حجم الأسطوانة = π× نق²×ع.

تُعوض قيمة الحجم ونصف القطر في القانون.

24640= π×7²×ع.

24640= π49×ع، (وبقسمة طرفي المعادلة على π49 ، باستخدام الألة الحاسبة).

تصبح قيمة الإرتفاع تساوي160 سم، تقريباً.

- **مثال3:** أنبوب معدني أسطواني الشكل مفرغ من الداخل، إذا علمت أن ارتفاعه يساوي 15م، وقطر الأسطوانة الخارجية الأكبر يساوي8 م، وقطر الأسطوانة الداخلية الأصغر يساوي6م، احسب حجم المادة التي صنع منها الأنبوب المعدني.[1]

الحل:

أولاً: يتم إيجاد حجم الأسطوانة الخارجية:

حجم الأسطوانة الخارجية= مساحة قاعدة الأسطوانة × ارتفاع الأسطوانة.

حجم الأسطوانة الخارجية = π×4²×15.

حجم الأسطوانة الخارجية = π×16×15.

حجم الأسطوانة الخارجية=240π م^3.

ثانياً: يتم إيجاد حجم الأسطوانة الداخلية:

حجم الأسطوانة الداخلية= مساحة قاعدة الأسطوانة × ارتفاع الأسطوانة.

حجم الأسطوانة الداخلية=15×3^2×π.

حجم الأسطوانة الداخلية=15×9×π.

حجم الأسطوانة الداخلية=135π م^3.

ثالثاً: يتم إيجاد حجم المادة المعدنية.

حجم المادة= حجم الأسطوانة الخارجية ـ حجم الأسطوانة الداخلية.

حجم المادة= 240π-135π.

إذن حجم المادة=105π م^3.

- **مثال4:** وضِعَ موشور رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل، طول ضلعها يساوي 7سم، داخل مجسم أسطواني دائري قائم، ارتفاعه يساوي 15سم، أما حجمه فيساوي900سم^3، احسب المنطقة الفارغة التي تقع بين الأسطوانة والموشور، (داخل الأسطوانة وخارج الموشور).[1]

الحل:

أولاً: يتم إيجاد حجم الموشور:

حجم الموشور= مساحة قاعدة × ارتفاع الأسطوانة.

حجم االموشور=7^2×15 .

حجم الموشور=735سم^3.

ثانياً: يتم إيجاد حجم المنطقة الفارغة.

حجم المنطقة الفارغة= حجم الأسطوانة ـ حجم الموشورالداخلي.

حجم المنطقة الفارغة= 900-735.

إذن حجم المنطقة الفارغة=165سم^3.

المراجع

1. ^ أ ب ت ث ج ح خ د ذ ر ز س شادية غرايبة، معن المومني، ياسمين نصير. (2007)، *دليل المعلم الرياضيات الصف الثامن* (الطبعة الأولى)، الأردن ـ عمان: وزارة التربية والتعليم إدارة المناهج والكتب المدرسية، صفحة 130-140/ ملف:128-155، ملف إجابات أسئلة الدرس: 199-217، الجزء ثاني. بتصرّف.

2. ↑ رجائي سميح العصار، جواد يونس أبو هليل، محمد زهير أبو صبيح (2013)، *مدخل إلى أولمبياد ومسابقات الرياضيات* (الطبعة الأولى)، الرياض: جامعة الملك فهد للبترول والمعادن عمادة البحث العلمي- مكتبة العبيكان، صفحة 80-90، جزء الأول. بتصرّف.
3. ^ أ ب "*www.mathsisfun.com*"، اطّلع عليه بتاريخ 10-12-2017. بتصرّف. Cylinder"
4. ↑ "Edited. 15-1-2018 ,Retrieved ,*http://www.dictionary.com*, ,cylinder".

مجلوبة من "http://baytdz.com/قانون_مساحة_وحجم_الأسطوانة/?id=784238"

##الأسطوانة, #مساحة, #وحجم, قانون

#تعريفات وقوانين علمية